ÁREA: MATEMÁTICA / 6to Año Ciclo Orientado

Contenidos:

- "Explorar las razones trigonométricas, resolviendo situaciones con cualquier tipo de triángulos."

Recorte de contenido:

- ✓ Teorema de Pitágoras.
- ✓ Razones trigonométricas de un triángulo rectángulo: seno, coseno y tangente.

Profesora: María Fernanda Cruz

Introducción

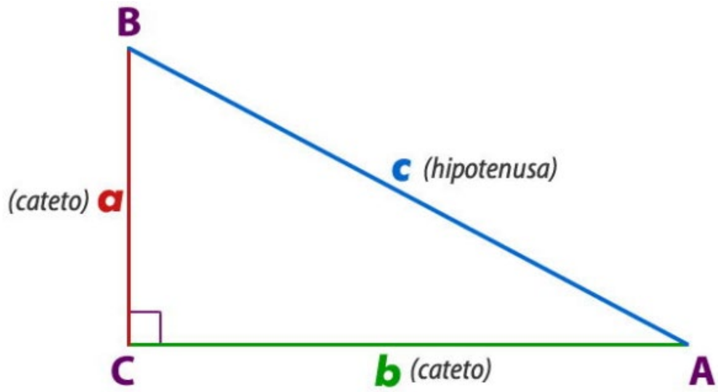
Estimados estudiantes y familias, les damos la bienvenida al cuarto encuentro de este Trayecto de Continuidad Pedagógica "Aprendo en Casa". En esta oportunidad les proponemos hacer uso de los recursos que fuimos repasando en las clases anteriores aplicándolos en la geometría.

Triángulos Rectángulos

Durante esta clase nos ocuparemos de retomar los resultados más importantes que conocemos en relación a la trigonometría.

Si les preguntan, ¿qué es un triángulo rectángulo? Responderían que es una figura plana de tres lados, con la particularidad de que uno de sus ángulos interiores es recto, es decir, mide 90°.

Uno de los resultados más importantes, y que primero conocemos de los triángulos rectángulos es el famoso Teorema de Pitágoras:

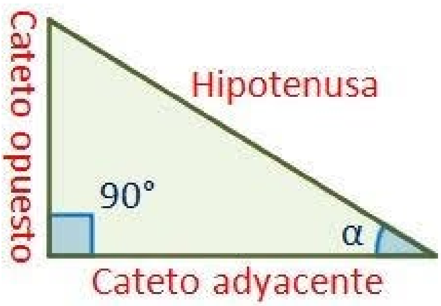
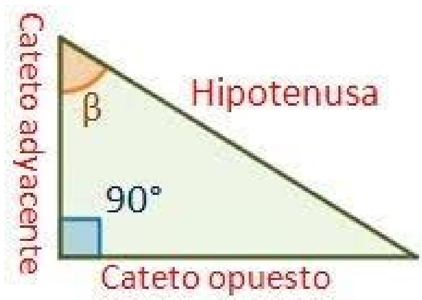


$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{Cateto}^2 + \text{Cateto}^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

"En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las respectivas longitudes de los catetos".

Para cada uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo, uno de los catetos es el adyacente y el otro es el opuesto.

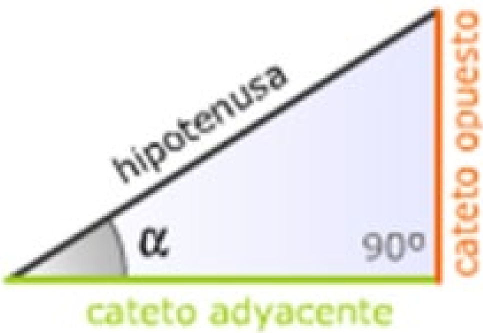
Cateto opuesto y adyacente tomando como referencia el ángulo α	Cateto opuesto y adyacente tomando como referencia el ángulo β
	

<u>Razones trigonométricas</u>

Llamamos razones trigonométricas a aquellas que relacionan las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo con los ángulos agudos del mismo.

Las razones trigonométricas se definen de la siguiente manera:

- **Seno de un ángulo**: Es la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa.
- **Coseno de un ángulo**: Es la razón entre el cateto adyacente y la hipotenusa.
- **Tangente de un ángulo**: Es la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente.



$$Sen\ \alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$$

$$Cos\ \alpha = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$$

$$Tan\ \alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$$

Cada una de estas razones tiene su inversa:

$$Sen^{-1}\ \alpha \rightarrow arcoseno\ de\ \alpha$$

$$Cos^{-1}\ \alpha = arcocoseno\ de\ \alpha$$

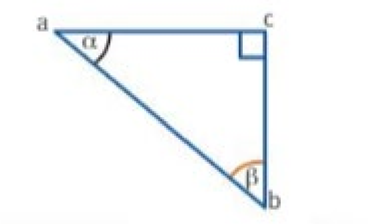
$$Tan^{-1}\ \alpha = arcotangente\ de\ \alpha$$

Cómo aplicar las razones trigonométricas

En cada una de las tres razones trigonométricas intervienen tres datos: un ángulo y dos lados. Para poder aplicar estas fórmulas debo conocer el valor de dos datos y sólo tener uno desconocido.

En función de la información que me brinde el problema que quiero resolver es que optaré por utilizar seno, coseno o tangente. Veamos algunos ejemplos:

Caso 1: Conozco un lado y un ángulo, debo hallar el valor de otro lado



$$\overline{ac} = 12\ cm$$

$$\alpha = 60°$$

$$\overline{bc} = ?$$

El **ángulo** conocido es α, con respecto a este ángulo, $\overline{ac}$ es el **cateto adyacente**, y $\overline{bc}$ es el **cateto opuesto**.

La razón que relaciona estos tres datos es **tangente**

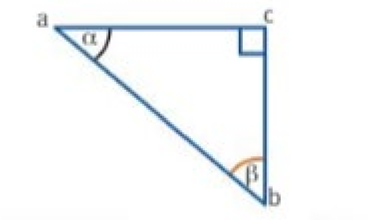
$$\tan\alpha = \frac{\overline{bc}}{\overline{ac}}$$

$$\tan 60° = \frac{x}{12}$$ Reemplazo con los datos que conozco

$$x = \tan 60° \cdot 12$$ Despejo y resuelvo

$$x = 3{,}84$$

Caso 2: Conozco dos lados, debo hallar el valor de un ángulo



$$\overline{ac} = 9\ cm$$

$$\overline{ab} = 21cm$$

$$\beta = ?$$

Los lados conocidos son, $\overline{ac}$ y $\overline{ab}$, con respecto al ángulo que debo hallar (β) éstos son el **cateto opuesto** e **hipotenusa**, respectivamente.

La razón que relaciona estos tres datos es **seno**

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{\overline{ac}}{\overline{ab}}$$

$$sen\ \beta = \frac{9}{21}$$

Reemplazo con los datos que conozco

$$\beta = sen^{-1}\left(\frac{9}{21}\right)$$

Para despejar una razón trigonométrica uso su inversa. (1)

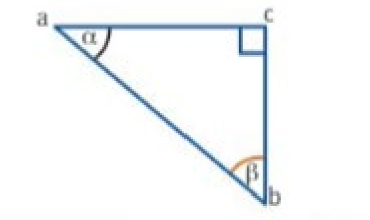
$$x = 25°\,22'36''$$

Recuerden que los ángulos se expresan en grados, minutos y segundos (2)

(1) Para resolver razones trigonométricas inversas en la calculadora debo presionar SHIFT + SEN / SHIFT + COS / SHIFT + TAN

(2) Para expresar un número en forma sexagesimal (formato que se usa para expresar ángulos) debo presionar la tecla:

Caso 3: Conozco dos lados y debo hallar el valor del tercer lado



$\overline{ac} = 24\ cm$

$\overline{bc} = 7cm$

$\overline{ab} = ?$

Utilizo el Teorema de Pitágoras

$\overline{ab}^2 = \overline{ac}^2 + \overline{bc}^2$

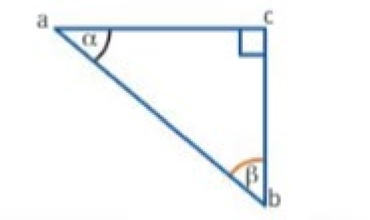
$x^2 = 24^2 + 7^2$ Reemplazo con los datos que conozco

$x = \sqrt{576 + 49}$ Despejo y resuelvo

$x = \sqrt{625}$

$x = 25$

Caso 4: Conozco uno de los ángulos agudos y debo hallar el valor del otro



$\alpha = 64°$

$\beta = ?$

Utilizo la propiedad que indica que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°

$\alpha + \beta + \hat{c} = 180°$ El valor del ángulo recto lo conozco $\hat{c} = 90°$

$64° + x + 90° = 180°$ Reemplazo con los datos que conozco

Despejo y resuelvo

$$x = 180° - 64° - 90°$$

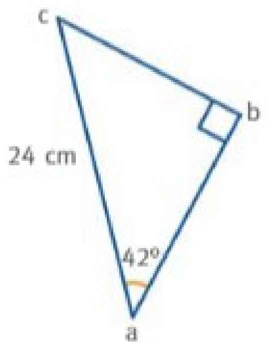
$$x = 26°$$

Actividades:

1) Respondan y expliquen sus respuestas
   a) Si en un triángulo rectángulo se conoce un ángulo agudo y el cateto opuesto a él, ¿qué razón trigonométrica se puede usar para averiguar el cateto adyacente? ¿Y para la hipotenusa?
   b) Si en un triángulo rectángulo se conocen dos lados cualesquiera, ¿es posible averiguar la medida de sus ángulos agudos?

2) Resolver un triángulo rectángulo significa hallar las medidas de los tres lados y de los ángulos agudos, a partir de ciertos datos.
   Resuelvan los siguientes triángulos y completen los recuadros:

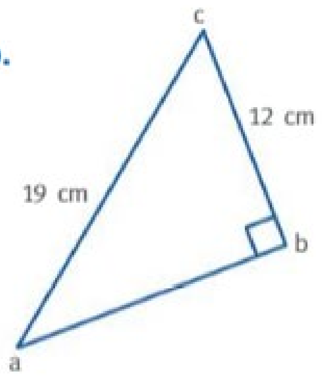
a.



$\hat{c}$ = ______ $\overline{bc}$ = ______

$\overline{ab}$ = ______

b.



$\hat{a}$ = ______ $\overline{ab}$ = ______

$\hat{b}$ = ______

Reflexión

En el recorrido de las cuatro clases que venimos transitando pudimos explorar y trabajar con distintas ramas de la matemática, como la **aritmética** (que se ocupa de los números y las operaciones), el **álgebra** (que se ocupa de los símbolos) y la **geometría** (se ocupa de las figuras y sus propiedades). ¿No les parece sorprendente como todas estas ramas se relacionan y complementan para hacer de la matemática un mundo inmenso?

Los invito a que nos acompañen la próxima clase donde seguiremos conociendo, construyendo y recordando las maravillas de la matemática.

BIBLIOGRAFÍA –FUENTES Y RECURSOS DIDÁCTICOS

- BERIO, A. (2004) *Matemática I*. Argentina. Puerto de Palos
- BOCCIONI, M., TABAJ, A. (2018) *Nuevo ActivaDos 3 Matemática*. Argentina. Puerto de Palos